

# LA MEDICIÓN DE LA DESIGUALDAD Y LA POBREZA

Rafael Salas  
Universidad Complutense de Madrid  
Octubre, 2005

## I. INTRODUCCIÓN

En los últimos treinta y cinco años, desde el trabajo de Atkinson (1970), se ha desarrollado un cúmulo importante de aportaciones sobre la medición de diferentes aspectos distributivos: desigualdad, polarización, movilidad, pobreza, etc. Se ha ido abriendo camino una literatura extensa sobre los conceptos y la metodología adecuada para medirlos. Se ha hecho igualmente un esfuerzo en encuadrarlos en marcos normativos que enlacen con el resto de las áreas de la economía y de la política económica. Para ello se han ido dotando de marcos axiomáticos generalmente aceptados y de unos métodos de medición coherentes con esos marcos. El estudio de la desigualdad económica ha centrado principalmente el análisis. No obstante, otros temas distributivos, como la pobreza, han ido llamando la atención, sobre todo a partir del trabajo de Sen (1976). Son temas conectados entre sí, pero esencialmente diferentes.

“Pobreza” es un término complejo puesto que sobre él caben muchas realidades sociales, así como, muy diferentes interpretaciones. Esta dificultad de sistematizar el término ha dado lugar al establecimiento de una serie de axiomas. Todo lo cual hace muy difícil la unanimidad y, en consecuencia, hace que unos sean más aceptados y otros más conflictivos. A este respecto, un nuevo término, “exclusión social”, relacionado pero no equivalente a la pobreza, se abre camino. Parece ser un concepto más adecuado en relación a la política económica, así por lo menos, lo entiende la Unión Europea. Es claramente un concepto multidimensional, pero aún no está ni definido formalmente ni establecido. Este trabajo versará sobre la medición tradicional de la pobreza. Solamente comentaremos posibles líneas de avance y conexiones con la exclusión social cuando sea apropiado. Al fin y al cabo, cualquier desarrollo “multidimensional” se tiene que basar en los pilares de la medición clásica unidimensional. Veamos sus fundamentos.

El trabajo aborda en primer lugar la medición de la pobreza. En la segunda sección se repasan los principales índices de pobreza propuestos y, al final, en la sección cuarta, se presentan tests de dominancia para la comparación robusta de la pobreza.

## II. POBREZA: CONCEPTOS Y MEDICIÓN

Previamente hablaremos algo sobre la desigualdad económica, que como hemos dicho tiene muchos elementos comunes con la pobreza. La desigualdad económica trata de medir, en esencia, la dispersión de los niveles de vida de los individuos. Se proponen medidas de dispersión clásicas, como el índice de Gini, los índices de Atkinson o de Entropía Generalizada. Todos estos índices satisfacen un axioma clave que es el Principio de Transferencias: un trasvase de una unidad monetaria de un individuo más rico a uno más pobre, sin que se produzca una reordenación entre ellos, reduce la desigualdad. La dominancia entre las curvas de Lorenz es un test de dominancia

adecuado y consistente con los axiomas básicos que generalmente se establecen en torno a la medición de la desigualdad económica. Pasemos a la pobreza. Siguiendo a Lambert (2003) existen tres pasos previos para definir el concepto de pobreza: la identificación, la cuantificación y la agregación.

## II.1 *Identificación:*

¿Quién es pobre? Debemos de establecer unas normas económicas y sociales claras que establezcan quién es pobre y quién, no. Estas normas tienen que quedar claras para poder realizar una partición de la sociedad en esos dos grupos. Es quizás el punto más difícil y conflictivo, que puede condicionar el análisis subsiguiente. Tenemos que salvar este impasse de alguna forma para poder seguir. Adoptamos la siguiente visión operativa:

- A. En primer lugar, definimos el nivel de vida como la variable objeto de análisis: en este sentido hay varias opciones: renta, riqueza, gasto... La renta monetaria, con todos sus inconvenientes, es la más utilizada.
- B. En segundo lugar, definimos la unidad de análisis: individuos, hogares. Parece que es más adecuado considerar al individuo como unidad de análisis. Aún en ese caso, la variable monetaria tiene que homogeneizarse cuando nos encontramos ante hogares heterogéneos: con distinta composición. A este respecto existen dos enfoques: utilizar escalas de equivalencia que tienen en cuenta las economías de escala intra-hogares o el enfoque secuencial de Atkinson-Bourguignon (1987) que consiste en analizar individuos homogéneos entre sí, por distintos tipos, de más a menos necesitados. El primer enfoque requiere conocer una escala de equivalencia para pasar de variables monetarias a niveles de vida equivalentes. Supongamos que este es el caso.
- C. En tercer lugar, hay que definir un umbral o línea de pobreza. Este es precisamente el que marca la línea divisoria entre unos y otros. Si los niveles de vida  $x$  son menores que este umbral  $Z$  el hogar queda identificado como pobre. Este umbral sería la máxima renta equivalente o máximo nivel de vida aceptable para poder definir el estatus de pobre. Podríamos adoptar un enfoque multidimensional estableciendo distintos umbrales para diferentes tipos de individuos caracterizados por un conjunto de atributos personales. No es lo habitual, pues normalmente se adopta un único umbral para toda la población. Este proceder puede tener su lógica por cuanto la renta recoge de alguna manera la capacidad de gasto en numerosos servicios. Aunque no queda claro que sea solo el componente monetario el que decida sobre si un individuo es pobre o no. De hecho, el concepto de exclusión social va un poco más allá de la pobreza puramente monetaria y trata de enmarcarse en un enfoque multidimensional.

Dentro de este punto, existe otra dicotomía con respecto al establecimiento del umbral de pobreza. La primera idea iba por la línea de la pobreza absoluta, en el sentido de que era pobre quien no cubría unas necesidades básicas. Esta idea quizás tenga hoy en día más sentido en la aplicación a los países menos desarrollados. Un referente clásico es la línea de pobreza oficial de Estados Unidos. Se establecen

necesidades energéticas, y no energéticas, básicas y se computa el gasto necesario para realizarlas. Ese sería el umbral de pobreza bajo una concepción tradicional.

Actualmente, los estudios recientes se centran en una concepción que se denomina pobreza relativa. En este enfoque el umbral se fija en no solo la adquisición de necesidades básicas sino que se relativiza con el nivel de vida medio de la sociedad donde convive. Trata de cumplimentar con un mínimo de “necesidades sociales” que los individuos tienen que satisfacer. Por lo tanto este umbral debe crecer a medida que una sociedad se desarrolla. Un ejemplo es fijar el umbral como un porcentaje de la renta media o de la mediana, típicamente el 50%. Los enfoques alternativos de privación relativa propuesto por Townsend (1985) o el de capacidades básicas de Sen (1983) recogen de alguna forma las dos concepciones. Sin embargo no vamos a analizarlos aquí.

## II.2 Cuantificación.

¿Cómo de pobres son los pobres? Nos preguntamos por la profundidad o magnitud de la pobreza. Es un paso importante para poder hacer comparaciones entre países, regiones, sociedades a lo largo del tiempo o detectar el efecto de las políticas específicas de reducción de la pobreza.

Supongamos la siguiente distribución de los niveles de vida de la población  $F(x)$ . En términos discretos  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Definimos la función intensidad de pobreza para cada individuo con renta  $x_i$ :

$$T(x_i, Z) = f(Z - x_i), \quad x_i \leq Z; \quad 0, \text{ en otro caso.}$$

$Z - x_i$  es la brecha de pobreza del individuo  $i$ -ésimo. Realmente la función podría definirse generalmente como  $f(x_i, Z)$ , pero definida así, en términos de la brecha de pobreza, es interpretable como la privación de un individuo con nivel de vida  $x_i$  con respecto a otro con  $Z$ . Esto es coherente con el hecho de que la pobreza esté relacionada con la carencia o privación de un nivel de vida estipulado. Cómo sea la función  $f(\cdot)$  va a ser determinante. El axioma *focus* impone el cero, cuando  $x_i > Z$ , pues transferencias por encima de  $Z$  no deben afectar a la medición de la pobreza.

Ejemplo 1:

Dada una distribución  $X = (x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 2, 3, 4)$  y  $Z = 2.5$  (50% de la media)

$$\text{CASO A: } f(Z - x_i) = 1 - (Z - x_i)^0$$

Entonces,  $T_1 = 1, T_2 = 1, T_3 = 0, T_4 = 0$ .

$$\text{CASO B: } f(Z - x_i) = Z - x_i$$

Entonces,  $T_1 = 1.5; T_2 = 0.5; T_3 = 0; T_4 = 0$ .

### II.3 Agregación

¿Cómo agregamos en un índice todas estas funciones de brechas de pobreza? Una posibilidad es la suma de todas esas funciones individuales.

$$P(X, Z) = \sum_{i=1}^n \frac{T(x_i, Z)}{n} = \sum_{i=1}^n \frac{f(Z - x_i)}{n}$$

Esta clase define el conjunto de índices aditivamente separables.

## III. ÍNDICES DE POBREZA

Se trata de índices sintéticos que miden la pobreza.

### III.1 Ratio de pobreza (headcount ratio) $H(X, Z)$

Es el más simple y más utilizado, se trata de computar el porcentaje de individuos por debajo del umbral de pobreza:

$$H(X, Z) = \frac{q}{n}$$

Donde  $q$  representa el número de individuos por debajo del umbral de pobreza. Dada una función de distribución de los niveles de vida  $F(X)$ ,  $q = F(Z)$ . Corresponde al caso en que  $f(Z - x_i) = 1$ . Sen (1976) lo critica, pues fundamenta la cuantificación de la pobreza en un esquema 0 y 1. Esto es muy restrictivo porque no se valora realmente la profundidad o *intensidad* de la pobreza. Solo considera lo que denominó *incidencia*. Por ejemplo, políticas económicas que mejoren la situación de los pobres más extremos, pero que no los saquen de la pobreza, no tienen repercusión positiva según este índice. Para solucionar este problema se propone una extensión natural.

### III.2 Déficit de pobreza (poverty deficit) $D(X, Z)$

Se trata del caso en que  $f(Z - x_i) = Z - x_i$ , con lo cual obtenemos la suma aritmética de las brechas de pobreza:

$$D(X, Z) = \sum_{i=1}^n \frac{Z - x_i}{n}$$

Tiene en cuenta la *intensidad*, y también la *incidencia*, pues se puede representar como:

$$D(X, Z) = H(X, Z)(Z - \mu_X^Z)$$

Donde  $\mu_X^Z$  expresa la media de la distribución X hasta Z, es decir, la media de los individuos pobres.

Alternativamente, podríamos definir el *déficit de pobreza normalizado*  $d(X, Z)$ . Se trata del caso en que  $f(Z-x_i) = \frac{Z-x_i}{Z}$ , la brecha de pobreza normalizada:

$$d(X, Z) = \sum_{i=1}^n \frac{Z-x_i}{Zn} = \frac{D(X, Z)}{Z} = H(X, Z)I(X, Z)$$

donde  $I(X, Z) = 1 - \frac{\mu_X^Z}{Z}$  es el ratio de la brecha de pobreza según la terminología de Zheng (1997) y Lambert (2003). Al tener en cuenta la *intensidad*, y, no solo, la *incidencia*, introduce una segunda dimensión con respecto a la medida clásica del ratio de pobreza. No solo importa cuántos pobres hay sino también lo pobre que son.

No obstante, existen críticas a esta medida porque no es consistente con el axioma generalmente aceptado de que transferencias progresivas por debajo del umbral de pobreza reduzcan el índice. Si admitimos este axioma, incorporamos una tercera dimensión, *incidencia*, *intensidad* e *inequidad* las tres “ies” de la pobreza propuestas por Sen (1976).

### III.3 Medida de Foster-Greer-Thorbecke (1984) $P^{FGT}(X, Z)$

Se obtiene mediante una transformación de las brechas de pobreza normalizadas, e

$$f(Z-x_i) = \left( \frac{Z-x_i}{Z} \right)^\alpha, \alpha \geq 0. \text{ De tal suerte que:}$$

$$P^{FGT}(X, Z) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{Z-x_i}{Z} \right)^\alpha / n$$

Generaliza los casos anteriores. El caso  $\alpha = 0$ , coincide con  $H(X, Z)$ . El caso  $\alpha = 1$ , coincide con  $d(X, Z)$ . Para  $\alpha > 1$ , introduce la tercera dimensión de inequidad o desigualdad de los individuos por debajo del umbral en la medición. Para  $\alpha = 2$ , el índice  $P^{FGT}(X, Z)$  puede ponerse en función de  $H$ ,  $d$  y el coeficiente de variación de los pobres.

Una ventaja de esta medida es que es aditivamente descomponible en subgrupos de población, con ponderaciones poblacionales, lo que lo hace un índice muy utilizado por los investigadores por la gran ventaja de poder analizar la descomposición del efecto de las políticas contra la pobreza entre subgrupos de población.

### III.4 Índice de Sen (1976) $P^{SEN}(X, Z)$

También incorpora las tres dimensiones anteriores, pues puede escribirse como:

$$P^{SEN}(X, Z) = H(X, Z) \{ I(X, Z) + [1 - I(X, Z)] G_X^Z \}$$

donde  $G_X^Z$  indica el índice de Gini de la distribución X hasta Z, es decir de los individuos pobres. Establece una serie de axiomas que lo generan como único índice posible. En realidad, no verifica el axioma de las transferencias progresivas por lo que Shorrocks (1995) propone una corrección a este índice.

## IV. TESTS DE DOMINANCIA

*Curvas TIP* (Jenkins y Lambert, 1997 y Shorrocks, 1998)

Al igual que la desigualdad con las curvas de Lorenz, podemos aplicar tests de dominancia que tengan en cuenta las tres dimensiones anteriores sin necesidad de utilizar índices concretos. Con ello ganamos robustez en el análisis aunque a costa de perder la posibilidad de comparar las distribuciones.

Las curvas TIP acumulan de mayor a menor las brechas de pobreza normalizadas.  $TIP(X, p)$  describe el valor acumulado de las 100p% primeras brechas de pobreza normalizadas individuales, empezando por la más alta (véase Figura 1).

Si una distribución domina a otra de acuerdo con estas curvas, es superior a ella de acuerdo con las dimensiones de incidencia, intensidad y desigualdad independientemente de que la medida que utilicemos sea coherente con esos principios. En concreto, podemos enunciar el siguiente teorema de Jenkins y Lambert de 1997:

Dadas dos distribuciones X e Y con umbrales de pobreza  $Z_X$  y  $Z_Y$ , entonces:

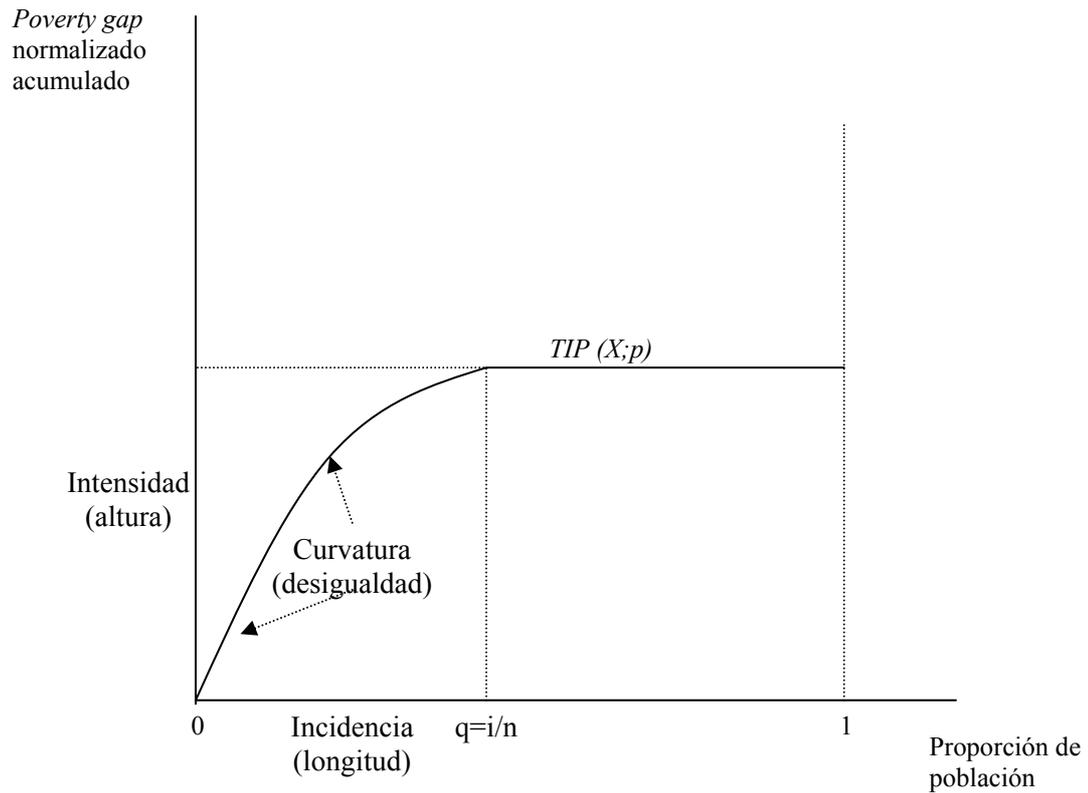
$$P(X, Z_X) \leq P(Y, Z_Y) \text{ para todo } P \in P_{NG} \Leftrightarrow TIP(Y, p) \geq TIP(X, p), \text{ para todo } p \in [0, 1]$$

La clase  $P_{NG}$  se define como todos los índices  $P(X, Z) = \sum_{i=1}^n \frac{f((Z-x_i)/Z)}{n}$  y que verifican  $f(0)=0$ ,  $f'((Z-x_i)/Z) > 0$ ,  $f''((Z-x_i)/Z) \geq 0$ , para todo  $(Z-x_i)/Z > 0$ . Los índices  $P^{FGT}(X, Z)$  para  $\alpha \geq 1$  pertenecen a esta clase. Los índices propuestos por Zheng (2000) y Watts (1968) también pertenecen:

$$P^{ZHE}(X, Z) = \sum_{i=1}^n (e^{\alpha(Z-x_i)} - 1) / n, \quad \alpha > 0$$

$$P^{WAT}(X, Z) = \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{Z}{x_i}\right) / n$$

FIGURA 1. CURVAS TIP



## V. CONCLUSIONES

En este artículo se ha pasado revista muy sucintamente a los principales enfoques que se han propuesto en la literatura sobre la medición de la pobreza y su relación con la desigualdad económica. Los axiomas básicos generalmente aceptados se resumen en las tres “íes” de la pobreza: incidencia, intensidad e inequidad. Las curvas TIP recogen adecuadamente los elementos para poder realizar comparaciones robustas de estos tres elementos entre distintas sociedades.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

Atkinson, A.B. (1970), "On the Measurement of Inequality", *Journal of Economic Theory*, 2, 244-263.

Atkinson, A.B. y F. Bourguignon (1987), "Income Distributions and Difference in Needs", en G.R. Feiwel (ed.), *Arrow and the Foundations of the Theory of Economic Theory*, Macmillan, Nueva York.

Foster, J.E., J. Greer y E. Torbecke (1984), "A Class of Decomposable Poverty Measures", *Econometrica*, 52, 761-766.

Lambert, P.J., (2003), *The Distribution and Redistribution of Income*, tercera edición, Manchester University Press, Manchester.

Jenkins, S.P. y P.J. Lambert (1997) "Three 'I's of Poverty' Curves, with an Analysis of U.K. Poverty Trends", *Oxford Economics Papers*, 49, 317-327.

Sen, A. (1976), "Poverty: an Ordinal Approach to Measurement", *Econometrica*, 44, 219-231.

Sen, A. (1983), "Poor relatively speaking", *Oxford Economics Papers*, 35, 153-169.

Shorrocks, A.F. (1995), "Revising the Sen Poverty Index", *Econometrica*, 63, 1225-1230.

Shorrocks, A.F. (1998), "Deprivation Profiles and Deprivation Indices", en S.P Jenkins, A. Kaptein y B.M.S. van Praag (eds.), *The distribution of Household Welfare and household Production: International Perspectives*. Cambridge University Press, Cambridge.

Townsend, P. (1985), "A Sociological Approach to the Measurement of Poverty – a rejoinder to Professor Amartya Sen", *Oxford Economics Papers*, 37, 659-668.

Watts, H. (1968), "An Economic Definition of Poverty", en D.P. Moynihan (ed.), *On Understanding Poverty: Perspective from Social Science*, Basic Books, Nueva York.

Zheng, B. (1997), "Aggregate Poverty Measures", *Journal of Economic Surveys*, 11, 123-162.

Zheng, B. (2000), "Minimum Distribution-sensitivity, Poverty Aversion, and Poverty Orderings", *Journal of Economic Theory*, 95, 116-137.