

# **EJERCICIOS**

**MICROECONOMIA SUPERIOR II**

**4º ECONOMIA**

**DEPARTAMENTO DE  
FUNDAMENTOS DEL ANALISIS ECONOMICO I**



**Profesores:**

Antonio Abadía  
Emilio Cerdá  
Indalecio Corugedo  
Lourdes Moreno  
Rafael Salas

## Tema 1

1.

- a) En la Teoría del Consumo suele suponerse que las preferencias del consumidor son monótonas. Esto implica que, en caso de existir una función de utilidad representando dichas preferencias, las utilidades marginales son positivas. Considere la función de producción  $x = f(y_1, \dots, y_n)$  ¿Es razonable suponer productividades marginales positivas para cualesquiera niveles de inputs?
- b) En la Teoría del Consumo suele suponerse que las preferencias del consumidor son convexas. Esto implica que, en caso de existir una función de utilidad representando dichas preferencias, la función de utilidad es cuasiconcava. En la Teoría de la Producción suele además añadirse que las productividades marginales son decrecientes. ¿Por qué no se impuso esta condición en la Teoría del Consumo? ¿Por qué cree usted que no se habló de rendimientos de escala en la Teoría del Consumo?
- c) Las funciones  $x = f(y_1, y_2) = \log(y_1^a y_2^b)$ ,  $a > 0, b > 0$  y  $x = g(y_1, y_2) = -y_1^{-1} - y_2^{-1}$  definidas para  $y_1 > 0, y_2 > 0$ ; pueden usarse como funciones de utilidad representando preferencias monótonas y estrictamente convexas. ¿Servirían también como funciones de producción?

2. Sea la función de producción  $x = f(y, z)$ ; siendo  $f$  una función con derivadas primeras y segundas continuas. Se sabe que la productividad marginal de ambos factores es siempre positiva. Establezca condiciones suficientes que aseguren:

- a) Productividades marginales decrecientes.
- b) Rendimientos de escala decrecientes.
- c) Concavidad estricta de  $f$ .
- d) Curvas isocuantas decrecientes y convexas.

3. Suponga una empresa competitiva que a largo plazo produce con una función de producción Cobb-Douglas  $x = y_1^\alpha y_2^\beta$ ,  $\alpha, \beta > 0$ .

- a) Explique la relación entre el valor de los parámetros  $\alpha, \beta$  y el tipo de rendimientos a escala con el que opera la empresa.
- b) Razonar si la siguiente afirmación es correcta o incorrecta: "Si la tecnología presenta rendimientos constantes a escala, ambos factores presentan productividades marginales decrecientes".
- c) ¿Qué restricción hay que imponer a los valores de  $\alpha, \beta$  para que se cumpla

$$\sum_i y_i \frac{\partial x}{\partial y_i} = x?$$

## Tema 2

- Suponga una empresa precio-aceptante en el mercado de factores, cuya función de costes viene dada por la expresión:  $C(\bar{p}, x) = 8x^2 (p_1 p_2)^{1/2}$ , siendo  $\bar{p} = (p_1, p_2)$  el vector de precios de los dos factores,  $y_1$  e  $y_2$ , utilizados en la producción del bien  $x$ .
  - Utilizando el lema de Shephard, obtenga las funciones de demanda condicionada de factores  $y_1$  e  $y_2$ .
  - Demuestre que la función de costes de la empresa es homogénea de grado 1 en  $\bar{p}$ .
  - ¿Qué tipo de rendimientos a escala presenta la tecnología?
  - Obtenga la función de costes de la empresa si su tecnología viene representada por la función de producción:  $x = \frac{1}{2} y_1^{1/4} y_2^{1/4}$ .
- Dada la función de producción siguiente  $Y = z_1^\alpha z_2^\beta z_3^\gamma$  donde  $z_i$  es la cantidad del input  $i$ ;  $\alpha, \beta, \gamma > 0$  y  $\alpha + \beta + \gamma = 1$ .
  - Si los inputs 1 y 2 son variables en el corto y en el largo plazo y el input 3 es fijo en el corto plazo y variable en el largo plazo, ¿cuál es la forma de las funciones de costes medios y marginales de corto y largo plazo?
  - Calcule las demandas condicionadas del factor  $z_1$  en el corto y en el largo plazo. ¿Qué grado de homogeneidad tienen con respecto al precio de los factores y con respecto al producto? Explique su significado económico.
- Suponga una empresa competitiva maximizadora de beneficios cuya función de producción es  $x = f(y_1, y_2)$ . Sean  $p$ ,  $w_1$  y  $w_2$  el precio del producto y de los factores productivos.
  - Defina el problema de minimización de costes de la empresa a largo plazo.
  - Suponga que la función de producción es  $x = 2y_1^{1/4} y_2^{1/4}$  y que  $w_1 = w_2 = 1$ . Calcule la función de costes a largo plazo.
  - Calcule la elasticidad de escala y determine el tipo de rendimientos a escala que presenta la tecnología utilizada por la empresa. Sus funciones de costes medio y marginal, ¿son crecientes, constantes o decrecientes con el volumen de producción?
- Para producir  $x$  unidades de output cierta empresa incurre en unos costes dados por  $C(x, w_1, w_2) = \frac{w_1 \cdot w_2}{w_1 + w_2} x^{3/2}$  donde  $w_1$  y  $w_2$  son los precios de los inputs  $y_1$  e  $y_2$ .
  - Compruebe que dicha función de costes es cóncava y homogénea de grado uno (lineal homogénea) en precios.

- b) Calcule las cantidades demandadas de inputs si se desea producir 20 unidades de bien.
- c) Sean  $y_1^c$  y  $y_2^c$  las demandas condicionadas de los inputs. Compruebe que  $\frac{\partial y_1^c}{\partial w_1} < 0$ ,  $\frac{\partial y_2^c}{\partial w_2} < 0$  y  $\frac{\partial y_1^c}{\partial w_2} = \frac{\partial y_2^c}{\partial w_1}$ .
- d) Compruebe que  $\frac{\partial y_1^c}{\partial x} > 0$  y  $\frac{\partial y_2^c}{\partial x} > 0$ . ¿Se deben satisfacer siempre estas desigualdades?
- e) Considere otra empresa que opera con una tecnología Cobb-Douglas. Compare las reacciones de ambas empresas ante un aumento del precio  $w_1$ .
5. Considere una empresa precio-aceptante con una función de costes  $C(x, w_1, w_2) = \frac{1}{4}(wr)^a x^3$ , siendo  $w$  y  $r$  los precios de los inputs L, K y  $x$  el nivel del output
- a) Calcule el valor del parámetro  $a$  de forma que la función dada verifique la homogeneidad de la función de costes
- b) Halle la función de producción con la que opera la empresa, las funciones de demanda compensada de inputs, la función de oferta del output y la función de máximo beneficio

### Tema 3

1. Suponga que una empresa produce el bien  $x$  según la tecnología dada por la función de producción  $x = L^{1/4}K^{1/4}$ , siendo  $w$  y  $r$  los precios de los factores  $L$  y  $K$ , respectivamente.
  - a) Calcule las demandas de los factores que maximizan el beneficio a largo plazo. Si  $r$  varía, ¿cómo afecta a la demanda de los factores? Compare este resultado con el obtenido en el apartado anterior y justifique su respuesta.
  - b) Calcule la oferta de producto con la que la empresa puede maximizar el beneficio a largo plazo.
  - c) Calcule la función de beneficio. Demuestre la homogeneidad de dicha función e interprétela económicamente. Compruebe que se cumple el teorema de Hotelling.
  
2. Dadas las funciones de demanda de factores de una empresa competitiva,  $y_1(p, w_1, w_2)$  y  $y_2(p, w_1, w_2)$ , y su función de oferta  $x(p, w_1, w_2)$  donde  $p$ ,  $w_1$  y  $w_2$  son los precios del producto y de los factores  $y_1$  y  $y_2$ , respectivamente:
  - a) Defina la función de beneficio de la empresa y explique su significado económico. Muestre el grado de homogeneidad de dicha función apoyándose en el grado de homogeneidad de las funciones de demanda y de oferta.  
Suponga que tanto los precios de los factores productivos como el del producto se incrementan en un 20% y que el gobierno introduce un impuesto proporcional sobre los beneficios del 30%.
  - b) ¿Cómo se verán modificados la demanda de factores, la producción y los beneficios de equilibrio de la empresa?  
Si la función de beneficio de la empresa competitiva es  $\Pi(p, \bar{w}) = \frac{p^2}{8(w_1 w_2)^{1/2}}$ :
  - c) Calcule las funciones de demanda de factores y de oferta de producto y compruebe su grado de homogeneidad. Comente su significado económico.
  - d) Calcule la función de costes.
  
3. Suponga una empresa competitiva con una función de producción  $x = y_1^\alpha y_2^\beta$  siendo  $\alpha, \beta > 0$ ,  $\alpha + \beta < 1$ :
  - a) Halle las funciones de demanda de factores y oferta de bien de la empresa.
  - b) Compruebe que las funciones de demanda y oferta obtenidas son homogéneas de grado cero.
  - c) Compruebe que las funciones obtenidas anteriormente satisfacen las condiciones de simetría,  $\frac{\partial y_1}{\partial w_2} = \frac{\partial y_2}{\partial w_1}$  siendo  $w_1$  y  $w_2$  los precios unitarios de los inputs.  
Sean  $\alpha = 1/2$ ,  $\beta = 1/4$ :
  - d) Calcule las funciones de coste y de beneficio y compruebe que satisfacen todas las propiedades mostradas en teoría.

4. Sea  $x = (y_1^{1/2} + y_2^{1/2})^{4/3}$  la función de producción de cierta empresa precio aceptante. Sean  $w_1 = w_2$  los precios de los inputs. Actualmente el bien producido se vende a un precio  $p = 1$  y la empresa se encuentra en equilibrio a largo plazo.
- Encuentre las cantidades demandadas de inputs y la cantidad ofertada de output.
  - Suponga que el precio del bien pasa a ser  $p = 2$ , ¿Cómo reaccionaría la empresa a largo plazo?
5. La función de beneficios de una empresa competitiva es  $\Pi(p, w, r) = \frac{25p^2(w+r)}{w \cdot r}$  donde  $p$  es el precio de venta del bien producido y  $w$  y  $r$  son los precios de los inputs trabajo  $L$  y capital  $K$ , respectivamente.
- Halle las funciones de demanda de trabajo y capital y la función de oferta de output.
  - Obtenga la función de costes.
6. Considere una empresa precio aceptante con función de coste,  $C(w, r, x) = \frac{1}{4}(w \cdot r)^a x^3$  siendo  $w$  y  $r$  los precios de los inputs  $L$  y  $K$ ; y  $x$  el nivel de output.
- Calcule el valor del parámetro  $a$  de forma que la función dada verifique las propiedades de toda función de costes.
  - Halle, las funciones demanda compensada de inputs y de oferta de output.
7. Considere una empresa competitiva con una función de beneficio máximo dada por  $\Pi(p, w, r) = \frac{p^2}{(w \cdot r)^{1/2}}$ , siendo  $w$  y  $r$  los precios de los inputs  $L$  y  $K$ , respectivamente y  $p$  el precio del output  $y$ . Determine:
- Las funciones de demanda de inputs y oferta de output que maximizan el beneficio
  - ¿Es la función  $\Pi_{\max}$  dada cóncava o convexa en precios? ¿Qué implicación tiene esta propiedad sobre la forma de las curvas de demanda de inputs asociadas al epígrafe precedente?
  - La función de costes con que opera la empresa.
  - Demuestre que las demandas halladas en el apartado a) minimizan el coste de obtener el output que maximiza el beneficio ¿Cómo se relacionan ambos problemas?
  - La función de producción  $y = F(L, K)$  asociada a la función de costes hallada en c)

8. Considere una empresa competitiva en todos los mercados que opera con la función de costes  $C(x, w, r) = 2 (wr)^{1/2} x^{5/2}$
- a) Hallar la función de producción  $X = F(K, L)$  con la que opera la empresa
  - b) Hallar la función de oferta del output de la empresa si ésta maximiza beneficios
  - c) El excedente global del mercado (EC + EP) si la oferta es la del apartado anterior y la demanda es  $X^d = \frac{1}{p^2}$

## Tema 4

1. Suponga una empresa precio-aceptante en el mercado de factores, cuya función de costes viene dada por la expresión:  $C(\bar{p}, x) = 2x^{1/4} (p_1 p_2)^{1/2}$ , siendo  $\bar{p} = (p_1, p_2)$  el vector de precios de los dos factores,  $y_1$  e  $y_2$ , utilizados en la producción del bien  $x$ .
  - a) Utilizando el lema de Shephard, obtenga las funciones de demanda condicionada de factores  $y_1$  e  $y_2$ . ¿Son estas funciones decrecientes respecto a  $\bar{p}$ ? Justifique su respuesta.
  - b) ¿Qué tipo de rendimientos a escala presenta la tecnología?
  - c) Suponiendo que  $\bar{p} = (p_1, p_2) = (1, 1)$ , obtenga la función de oferta de la empresa si se comporta como precio-aceptante en el mercado de producto. ¿Se cumplen en este caso las condiciones de segundo orden del problema de la maximización del beneficio? Justifique su respuesta.
  - d) Suponga que  $\bar{p} = (p_1, p_2) = (1, 1)$ , y que la función inversa de demanda del mercado es  $p_x(X) = 2,5 - X$ . Si la empresa es el único vendedor y se comporta como un monopolista maximizador del beneficio, compruebe que  $X=1$  verifica la condición de primer orden de su problema de optimización. ¿Se cumplen en este caso las condiciones de segundo orden del problema de la maximización del beneficio? Justifique su respuesta y relaciónela con lo obtenido en el apartado anterior.
  
2. Considere un mercado en el que la curva de costes de cada empresa es  $C(x_i) = x_i^3 - 6x_i^2 + 12x_i$ , y la curva de demanda del mercado es  $X^D = 30 - p$ . Obtenga y compare el precio, la cantidad y el beneficio del productor en el equilibrio en los casos siguientes.
  - a) El mercado es competitivo con libertad de entrada y salida de empresas iguales.
  - b) El mercado se organiza como un monopolio con una sola empresa con los costes descritos.
  
3. En el mercado del bien homogéneo  $X$  la función inversa de demanda es  $p(x) = 1 - \frac{x}{a}$ , donde  $a > 0$ . La tecnología presenta rendimientos constantes a escala con costes unitarios de cuantía  $c < 1$ . Demostrar que la pérdida de eficiencia provocada por el monopolio, medida en términos relativos respecto del bienestar social obtenido en la asignación eficiente, es independiente de la pendiente y la elasticidad de la demanda.

4. Fátima está pensando en abrir una guardería en su barrio, que carece de este tipo de servicios. Sabe que en el barrio hay dos tipos de familias, unas con rentas bajas y otras con rentas altas, cuyas curvas de demanda de horas de guardería son:  $x_1 = a - p$  y  $x_2 = 2a - 2p$ , donde  $a > 10$ . Los costes del negocio corresponderían al alquiler del local, estimado en 200 u.m. y al salario de los empleados, que está fijado en 10u.m por hora trabajada, de forma que  $C(x) = 10x + 200$ . Si Fátima decide establecer un precio común por cada hora de guardería, complementado con una cuota fija para reservar la plaza:
- Determinar la cuota fija y el precio por hora que debería cobrar si no quiere excluir a ninguna familia. ¿A partir de que valor de  $a$  Fátima obtendría beneficios positivos?
  - Si el coste de alquiler fuese nulo, ¿se verían modificados los resultados del apartado anterior?
  - ¿Le interesaría a Fátima fijar una cuota exclusivista para que accedan a los servicios de guardería sólo las familias de demanda alta?
  - Suponga que, ante las presiones de sus vecinos, Fátima decide no cobrar cuota para reserva de plaza y cobrar sólo un único precio por hora de guardería. Determine la demanda agregada y el precio de equilibrio.
5. La demanda agregada del mercado del bien  $X$  es  $X^D = 80 - \frac{4}{3}p$ . También se observa una demanda diferenciada en dos tipos sectores, representadas por:  $X_1 = 20 - \frac{1}{3}p_1$  y  $X_2 = 60 - p_2$ , respectivamente. El mercado está abastecido por un monopolio que posee una función de costes totales  $CT = 13,5 + 51 \cdot X + \frac{3}{4}X^2$ .
- Calcule el precio y el beneficio en los siguientes casos:
- Monopolio maximizador de beneficios y maximizador de ingresos en el caso en que no discrimine precios.
  - Monopolio maximizador de beneficios si pudiera realizar una discriminación de precios de tercer grado entre los dos segmentos de demanda observados.
  - Monopolio regulado con una tarifa en dos partes, en la que el precio (único) marginal se fija igual al coste marginal y una cuota fija que cubra las pérdidas. Suponga que el número de consumidores es siempre 10.
  - ¿Qué ganancia de eficiencia (suma de variación del excedente de consumidores más la variación de los beneficios) se produciría en el caso (c) con respecto al (b).

6. El bien  $x$  es producido usando trabajo como único input según la función de producción  $x=L$ . La oferta de trabajo viene dada por  $w(L)=500+4L$ . La función inversa de demanda de mercado del bien  $x$  es  $p(x)=1000-2x$ . Suponga que el bien  $x$  es producido por una única empresa que es la única demandante de trabajo. Calcule la cantidad empleada de trabajo, el output producido y los precios de equilibrio en cada uno de los siguientes casos:
- La empresa es un monopolio en el mercado de output y un monopsonio en el mercado de input.
  - La empresa es un monopolio en el mercado de output y es competitiva en el mercado de trabajo.
  - El mercado del output es competitivo y la empresa es monopsonista en el mercado de input.
  - Actúa de manera competitiva en ambos mercados.
7. Suponga que un monopolista maximizador de beneficio tiene unos costes dados por  $C(X) = X$ . El bien  $X$  es demandado exclusivamente por dos tipos de consumidores con funciones de utilidad  $U^1 = 4(x^1)^{1/2} + y^1$  y  $U^2 = 16(x^2)^{1/2} + y^2$  respectivamente. Existen 10 individuos tipo 1 y un único individuo tipo 2. Suponga que el precio del bien  $y$  es unitario y la renta  $M$  idéntica para ambas personas.
- Halle las cantidades demandadas por ambos individuos, la demanda agregada y el precio de equilibrio en el mercado si la discriminación entre consumidores es imposible y debe cargarse el mismo precio por todas las unidades consumidas. Halle también los beneficios obtenidos
  - Halle el precio cargado a cada consumidor y los beneficios obtenidos si al monopolista se le permite discriminar entre ambos individuos

## Tema 5

1. La demanda agregada del mercado del bien X es  $X^D = 80 - \frac{4}{3}p$ . Las empresas poseen una función de costes totales  $C(x_i) = 51 \cdot x_i + \frac{3}{4}x_i^2$ . Calcule los precios, cantidades y los beneficios en los siguientes casos:
  - a) Equilibrio de Cournot con dos empresas.
  - b) Equilibrio de Stackelberg, siendo la empresa 1 la líder.
  
2. En un mercado de oligopolio homogéneo, cuya función inversa de demanda es  $p(x) = 100 - x$ , producen dos empresas cuyas funciones de costes son, respectivamente:  $C_1(x_1) = wx_1 + 2r$  y  $C_2(x_2) = 2x_2(w - r)$ , donde  $w$  y  $r$  son los precios de los factores  $L$  y  $K$ , respectivamente.
  - a) Calcule el equilibrio del mercado de Cournot. Explique el significado económico de las curvas de reacción de las empresas.
  - b) Si se produce un encarecimiento del factor trabajo, determine el efecto de esta perturbación en el equilibrio anterior.
  - c) Calcule el equilibrio del mercado si las empresas forman un cártel. ¿Para qué valor de  $r$  producen ambas empresas? ¿Para qué rango de valores de  $r$  produce sólo la empresa 1?
  
3. Un mercado con una curva inversa de demanda  $p(x) = 50 - x$  es abastecido por dos empresas cuyas funciones de costes son  $C(x_1) = 10x_1$  y  $C(x_2) = 5x_2^2$ .
  - a) Obtenga el equilibrio en el modelo de Cournot.
  - b) Analice si estas empresas tienen incentivos a formar un cartel, suponiendo que el beneficio conjunto se reparte de forma que la empresa 1 se queda con el 88% y la empresa 2 con el 12% restante.
  - c) Analice si, una vez formado el cártel, la empresa 1 tiene incentivos a romper el acuerdo.
  - d) Suponga que el juego (la interacción entre las empresas) se repite un número infinito de veces y la norma del juego consiste en que si una empresa rompe el acuerdo en un período, la otra empresa lo hará en el período siguiente y a partir de entonces competirán a la Cournot. Determine a partir de qué tipo de descuento "δ" la empresa 1 tendrá incentivos a mantener el cártel. Nótese que  $\delta = \frac{1}{1+i}$  siendo  $i$  el tipo de interés.

4. El mercado del bien  $X$ , con una función inversa de demanda  $p = p(X)$ , ( $\partial p(X)/\partial X < 0$ ), está formado por  $N$  empresas idénticas con una función de costes  $C(x_i)$  que actúan en régimen de oligopolio.
- Calcule las condiciones de primer orden del problema de maximización de beneficios de cada oligopolista.
  - Si las conjeturas de cada oligopolista son cournotianas, determine el papel que juegan la elasticidad de la demanda y el número de empresas en el valor del precio de equilibrio de Cournot.  
Suponga que la elasticidad precio de la demanda es constante e igual a  $-2$ , que  $N = 2$  y que  $C(x_i) = cx_i$ .
  - Calcule el precio de equilibrio de Cournot.
  - Calcule el precio de equilibrio de Cartel (o monopolio).
5. Un duopolio abastece de bien  $x$  cierto mercado con función inversa de demanda  $p(x) = 200 - x$ . La primera empresa produce con unos costes totales  $C(x_1) = 16x_1$  mientras que la segunda lo hace con unos costes  $C(x_2) = x_2^2 + 3$ . Determine el precio de venta en el mercado, las cantidades producidas y el beneficio obtenido por ambas empresas en los siguientes casos.
- Las dos empresas se comportan como un duopolio de Cournot.
  - Ambas empresas constituyen un cártel.
  - Las dos empresas se comportan como un duopolio de Stackelberg, siendo la empresa 1 líder.
  - Las dos empresas se comportan como un duopolio de Stackelberg, siendo la empresa 2 líder.

## Tema 6

1. Un científico que investiga en un laboratorio farmacéutico puede realizar dos esfuerzos,  $e^A > e^B$ , que pueden ser controlados por el propietario del laboratorio. Si el científico es averso al riesgo y el propietario del laboratorio es neutral al riesgo:
  - a) Formule el problema del principal y justifique *teóricamente* que el contrato óptimo establece un salario fijo para el científico. Suponga que se pasa a un contexto de información asimétrica, donde el esfuerzo del científico no es verificable por el propietario.
  - b) ¿Se obtendría el mismo resultado? Formule el problema de optimización del propietario explicando el significado económico de las restricciones.
  
2. El Corte Francés (CF) subcontrata a la empresa Aireplus la instalación de los aparatos de aire acondicionado que venda en Madrid en la campaña de verano de 2004. La función de beneficios del CF es  $B(X - W) = X - W$ , siendo  $X$  los ingresos procedentes de las ventas de aire acondicionado y  $W$  el pago realizado por CF a la empresa instaladora. En función de las temperaturas del verano caben dos posibles resultados:  $X_1 < X_2$ . La empresa instaladora puede realizar dos esfuerzos,  $e^A = 6$  y  $e^B = 4$ , siendo la probabilidad de obtener un resultado bueno de  $p(e^A) = 0,7$  con el esfuerzo alto y de  $p(e^B) = 0,4$  con el esfuerzo bajo. La empresa instaladora tiene una utilidad de reserva de 100 y su función de utilidad es  $U(W, e) = W^{1/2} - 2e$ .
  - a) A partir de las condiciones de primer orden del problema de optimización del Corte Francés determine el esquema de pagos óptimo que debería proponer a la empresa instaladora en un contexto de información simétrica.
  - b) ¿Se obtendría el mismo resultado si la información fuera asimétrica? Especifique la función objetivo del principal y las restricciones de su problema de optimización en este contexto y justifique su significado económico.
  
3. Un agente puede ejercer dos esfuerzos,  $E = 2$  (bueno) y  $E = 0$  (malo), lo que induce fallos en el resultado con probabilidad 0.25 y 0.75 respectivamente. Su función de utilidad es  $U(W, E) = 100 - \frac{10}{W} - E$ ; donde  $W$  es el salario que recibe, siendo  $U_0 = 0$  su utilidad de reserva. El producto resultante de su trabajo vale 20 si no se producen fallos, y vale cero en caso contrario. Suponga que el principal es neutral al riesgo.
  - a) Halle el contrato óptimo en condiciones de información simétrica.
  - b) Halle el contrato óptimo si el principal no puede observar el esfuerzo realizado por el agente (información asimétrica).
  - c) Compare los resultados obtenidos en (a) y (b).

4. Un principal contrata a un agente. Si el agente realiza un esfuerzo alto,  $E = 8$ ; se produce un resultado desfavorable con probabilidad  $p_1 = 0,2$ ; Si el esfuerzo es bajo,  $E = 6$ ; se produce un resultado desfavorable con probabilidad  $p_2 = 0,6$ : El resultado favorable supone unos ingresos de 2000 u.m. siendo de 1000 u.m. cuando el resultado es desfavorable. La función de utilidad del agente es  $U(W, E) = W^{1/2} - 2E$  y su utilidad de reserva es  $U_0 = 0$ : El principal es neutral al riesgo.
- Halle el contrato óptimo en condiciones de información simétrica.
  - Halle el contrato óptimo si el principal no puede observar el esfuerzo realizado por el agente (información asimétrica).
5. Suponga un modelo principal-agente tal que la función de ingresos de P viene dada por  $I(L) = L^{1/2}$  y los salarios de A vienen dados por  $y^{1/2}$ . Determine el contrato óptimo ( $y^*L^*$ ) si P observa el trabajo de A y no hay incertidumbre
6. Suponga que la función de utilidad del Agente A es  $U = \log(y) - L$  siendo  $U_R = 1$ . Los niveles posibles de trabajo del Agente son  $L(a) = 2$ ;  $L(b) = 1$ . Suponga que  $L(a)$  es el nivel de trabajo deseado por el Principal, que es neutral frente al riesgo.
- Halle el pago obtenido por el Agente cuando el trabajo es observable y no existe incertidumbre
  - Halle el pago óptimo del Principal al Agente cuando el trabajo es observable y  $\Pi = 1/2$
  - Halle el pago óptimo que el Principal entrega al agente cuando el trabajo no es observable y  $\Pi(a) = 2/3$ ;  $\Pi(b) = 1/4$